

# INVESTIGAÇÃO DO FATOR DE ATRITO DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS DESENVOLVIDOS EM CONDUTORES DE PERFIL CIRCULAR

Beatriz de Souza Anacleto<sup>1</sup>

Francis Carlos Rocha<sup>2</sup>

Ithamar Ribeiro Rangel<sup>3</sup>

## Resumo

A perda de carga distribuída é um parâmetro importante no dimensionamento de sistemas hidráulicos e para sua determinação, utiliza-se a clássica equação de Darcy-Weisbach. O fator de atrito -  $f$  presente na equação apresenta um entrave na precisão dos resultados obtidos. A literatura cita a equação de Colebrook-White a que oferece resultados mais precisos, porém ela traz o inconveniente de ter o “ $f$ ” implícito, necessitando de métodos iterativos na sua solução. O objetivo do trabalho é analisar as equações explícitas de Churchill, Swamee-Jain e Chen, verificando o desempenho das mesmas em relação à equação de Colebrook-White na determinação do fator de atrito. Através de um aplicativo computacional foi possível comparar as equações, investigando a que produz com maior precisão o fator de resistência. A equação de Chen demonstrou melhor relação com o padrão Colebrook-white, apresentando valores do fator de atrito mais precisos, em relação as equações de Swamee-Jain e Churchill para escoamento turbulento e de transição. Para zona de turbulência plena pode-se utilizar qualquer das três equações, pois as margens de erro são insignificantes. As equações são de fácil aplicação, pois não necessitam de métodos iterativos para sua resolução, demonstrando uma melhor aproximação explícita, tornando seu uso conveniente diante das dificuldades apresentadas pela equação de Colebrook-White.

**Palavras-chaves:** Escoamento de fluidos. Fator de atrito. Perda de carga.

## INVESTIGATION OF THE FACTOR OF TURBULENT FLOW FRICTION DEVELOPED IN CIRCULAR PROFILE CONDUCTORS

---

<sup>1</sup>Graduada em Engenharia Mecânica pelo UGB/FERP.

<sup>2</sup>Graduado em Engenharia Mecânica pelo UGB/FERP.

<sup>3</sup>Doutor em Engenharia Mecânica pela UFF e Docente do UGB/FERP.

## Abstract

The Distributed load loss is an important parameter in the design of hydraulic systems and their determination, using a classical Darcy-Weisbach equation. The friction factor - present in the equation presents an obstacle in the precision of the obtained results. The literature cites a Colebrook-White equation and a set of more precise results, because it brings the inconvenience of an implicit one, necessitating iterative methods in its solution. The work is analyzed as explicit equations of Churchill, Swamee-Jain and Chen, regarding their performance in relation to the Colebrook-White equation in determining the “friction factor” -  $f$ . With a computational application it was possible to compare as equations, investigating the production with greater precision the resistance factor. The Chen equation showed a better relationship with the Colebrook-White standard, presenting higher precision factor values, in relation to the Swamee-Jain and Churchill equations for turbulent and transition flow. For the turbulence zone, any of the three equations can be performed, since the error communities are insignificant. As equations are easy to apply, there are no methods of iterative methods for their resolution, demonstrating a better explicit approximation, making their use convenient ahead of the changes by the Colebrook-White equation.

**Keywords:** Fluid flow. Friction factor. Head loss.

## Introdução

Em projetos hidráulicos, o cálculo da perda de carga distribuída nas tubulações é importante para o correto dimensionamento do sistema de bombeamento, pois essa perda de energia afeta o sistema durante a operação, aumentando a energia de bombeamento e gerando altos custos.

A determinação da perda de carga distribuída é efetuada pela clássica equação de Darcy-Weisbach, entretanto, um dos termos presentes é o fator de atrito  $f$ , que ao determiná-lo pelo diagrama de L. F. Moody implica resultados imprecisos. A bibliografia cita a equação de Colebrook como a geradora de resultados mais precisos, porém, ela apresenta o inconveniente fato de ter o “ $f$ ” implícito.

A investigação foi desenvolvida com objetivo de orientar profissionais envolvidos em projetos de sistemas hidráulicos na escolha da equação mais adequada para os seus cálculos, já que a bibliografia apresenta um número

considerável de equações desenvolvidas por pesquisadores ao longo dos séculos. Neste trabalho apresentamos os resultados obtidos através das equações de Swamee-Jain, Chen e Churchill em relação a de Colebrook.

A pesquisa foi desenvolvida utilizando ferramentas computacionais para o cálculo das equações, objetivando assim determinar a variação de  $f$  tomando como referência o fator de atrito determinado através da Colebrook-White. Essas variações foram determinadas através da varredura do número de Reynolds e rugosidade relativa cobrindo os campos de escoamento relacionados as zonas de transição e turbulência plena.

### Apresentação das Equações

A Equação de Darcy Weisbach (Eq. 1) é apresentada na literatura como a equação geral para o cálculo da perda de carga para escoamento de fluidos em regime turbulento através de condutores de variadas seções transversais (AZEVEDO NETO *et al.*, 1998), sendo a mais utilizada no meio científico, garantindo maior ajuste de dados à realidade física (GOMES, 1997).

Essa expressão foi proposta no ano de 1845 e é utilizada universalmente na análise de escoamento interno em condutores. A variável denominada de fator de atrito  $f$  é a que apresenta uma maior dificuldade na sua determinação (MACINTYRE, 1987; VIANNA, 1997; AZEVEDO NETO *et al.*, 1998).

$$(1) \quad h_f = f \frac{L}{D_{in}} \frac{v^2}{2g}$$

Desta forma,  $h_f$  refere-se a perda de carga,  $f$  o fator de atrito,  $L$  o comprimento do condutor,  $D_{in}$  o diâmetro interno do condutor,  $v$  a velocidade média do fluido na seção transversal e  $g$  a constante gravitacional.

Vários pesquisadores determinaram o fator de atrito  $f$  para escoamentos em regime turbulento, esses se utilizaram de dados experimentais juntamente com resultados obtidos através da análise dimensional para criarem correlações empíricas para  $f$ .

A equação de Colebrook-White (Eq. 2) é a mais utilizada na determinação do fator de atrito em escoamentos turbulentos (PORTO, 1988; ROMEO *et al.*, 2002; YOO E SINGH, 2005; SONNAD E GOUDAR, 2006), porém ela oferece uma certa dificuldade operacional por ter o  $f$  implícito, sendo necessário a aplicação de um método iterativo para obtê-lo. A sua aplicação alcança um amplo intervalo de números de Reynolds e rugosidades relativas (WINNING; COOLE, 2013).

$$(2) \quad \frac{1}{f^2} = -2 \log_{10} \left( \frac{\frac{\varepsilon}{D_{in}}}{3,7} + \frac{2,51}{N_{Re} f^2} \right)$$

Assim,  $f$  é o fator de atrito,  $D_{in}$  o diâmetro interno do condutor,  $\varepsilon$  a rugosidade absoluta e o número de Reynolds. Stuart W Churchill apresentou no ano de 1977 uma expressão (Eq. 3) que possibilita determinar o fator de atrito do escoamento do fluido nas zonas laminar, transição e turbulência plena, portanto, a equação tem o diferencial de poder ser utilizada em qualquer regime, o que simplifica na formulação dos problemas nos quais não se conhece a ordem de grandeza do número de Reynolds (GOMIDE, 1993).

$$(3) \quad f = 8 \left[ \left( \frac{8}{N_{Re}} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{\frac{3}{2}}} \right]^{\frac{1}{12}} ; A = \left\{ \left[ 2,457 \ln \frac{1}{\left( \frac{7}{N_{Re}} \right) + 0,27 \frac{\varepsilon}{D_{in}}} \right] \right\}^{16} ; B = \left( \frac{37530}{N_{Re}} \right)^{16}$$

Swamee-Jain em 1993 apresentou uma expressão (Eq. 4) tendo a sua aplicação, semelhante a equação de Churchill, para todas as zonas (laminar, transição e turbulência plena).

$$(4) f = \left\{ \left( \frac{64}{N_{Re}} \right)^8 + 9,5 \left[ \ln \left( \frac{\varepsilon}{3,7D_{in}} + \frac{5,74}{N_{Re}} \right) - \left( \frac{2500}{N_{Re}} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125}$$

Sendo  $f$  o fator de atrito,  $\varepsilon$  a rugosidade absoluta,  $N_{Re}$  o número de Reynolds e  $D_{in}$  o diâmetro interno do condutor. Em 1979, N. H. Chen expressou uma equação explícita (Eq. 5) da equação de Colebrook-White. Essa expressão reproduziu com exatidão os valores do fator de atrito em toda zona de escoamento turbulento. Segundo COSSOLOSSO E SATTO (1996), entre os modelos de equações explícitas para a determinação do fator de atrito, a equação de Chen Ning Hsing, proporciona os melhores resultados quando aplicada nos escoamentos de fluxos turbulentos na zona de transição.

$$(5) \frac{1}{f^{\frac{1}{2}}} = -2 \log_{10} \left( \frac{\frac{\varepsilon}{D_{in}}}{3,7065} - \frac{5,0452}{N_{Re}} \log_{10} C^* \right); C^* = \frac{\left( \frac{\varepsilon}{D_{in}} \right)^{1,1098}}{2,8257} + \left( \frac{7,149}{N_{Re}} \right)^{0,8981}$$

sendo  $f$  o fator de atrito,  $\varepsilon$  a rugosidade absoluta,  $D_{in}$  o diâmetro interno do condutor e  $N_{Re}$  o número de Reynolds

## Materiais e Métodos

O trabalho foi realizado com valores superiores, médios e inferiores de rugosidade relativa e número de Reynolds. Os números de Reynolds foram capturados no intervalo de  $4 \times 10^3$  a  $10^9$  para os seguintes valores de rugosidade relativa  $\varepsilon/D$ : 0,05; 0,01; 0,002 0,0002; 0,0001. A investigação foi realizada nas zonas de transição e turbulência plena, sendo todas as equações validadas para escoamentos residentes nas mesmas.

Os valores obtidos através da equação de Colebrook-white foram tomados como referência e os mesmos foram determinados de acordo com a seguinte

metodologia: para cada rugosidade relativa fixada procedeu-se a varredura do número de Reynolds, determinando dessa forma o fator de atrito.

Para melhor investigação da qualidade dos modelos, foram utilizados alguns parâmetros estatísticos como a média dos erros relativos percentuais das variações encontradas para cada regime de escoamento e para todo regime turbulento dentro do intervalo  $4 \times 10^3$  a  $10^9$ , conforme a tabela abaixo. O desvio padrão foi calculado pela fórmula abaixo. Na análise dos resultados foram utilizadas as ferramentas matemáticas segundo a Eq. 6 e Eq. 7

$$(6) \Delta f = \left[ \left( \frac{f_0}{f_c} \right) - 1 \right] \times 100$$

Desta forma,  $\Delta f$  significa variação percentual do fator de atrito  $f$ ,  $f_c$  o fator de atrito determinado através da equação de Colebrook-White e  $f$  o fator de atrito determinado através das demais equações envolvidas na investigação.

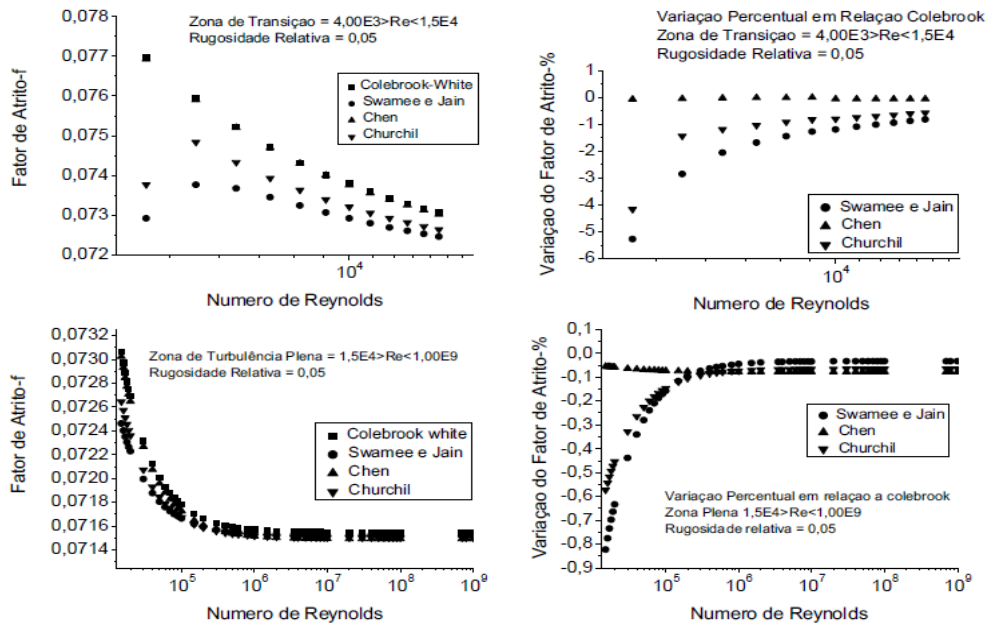
$$(7) DP = \sqrt{\frac{\sum (\Delta f - \overline{\Delta f})^2}{n}}$$

Sendo  $DP$  o desvio padrão,  $\Delta f$  a variação percentual do fator de atrito  $f$ ,  $\overline{\Delta f}$  a média aritmética das variações percentuais e  $n$  o números de variáveis.

## Resultados e Discussões

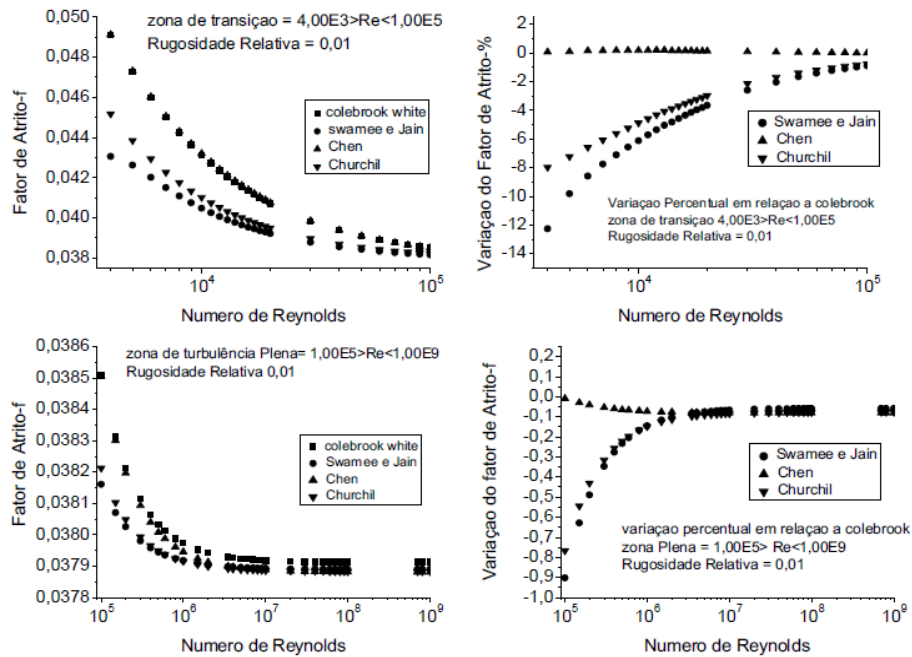
Os resultados obtidos e análise dos mesmos são apresentados por meio das figuras 1, 2, 3, 4, 5 e tabela 1, nos quais, podemos concluir que a Equação de Chen apresentou menor dispersão e variação percentual em termos absolutos para todas as rugosidades relativas testadas.

Figura 1. Análise gráfica de  $f$  para rugosidade relativa de 0,05



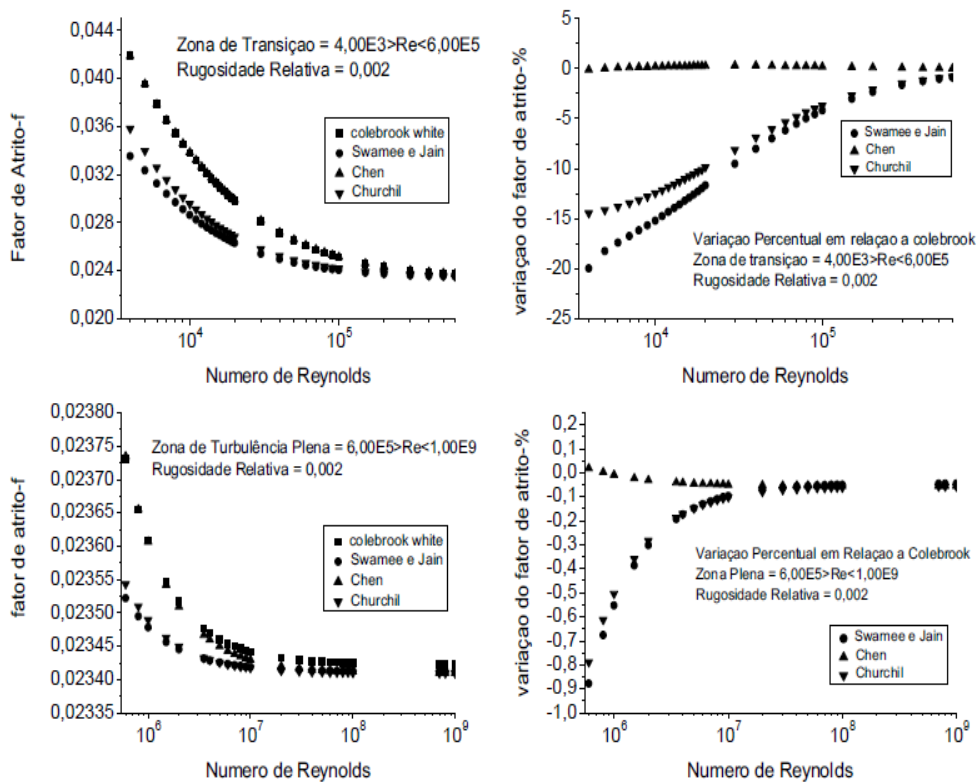
Fonte: Pesquisa do Autor

Figura 2. Análise gráfica de  $f$  para rugosidade relativa 0,01



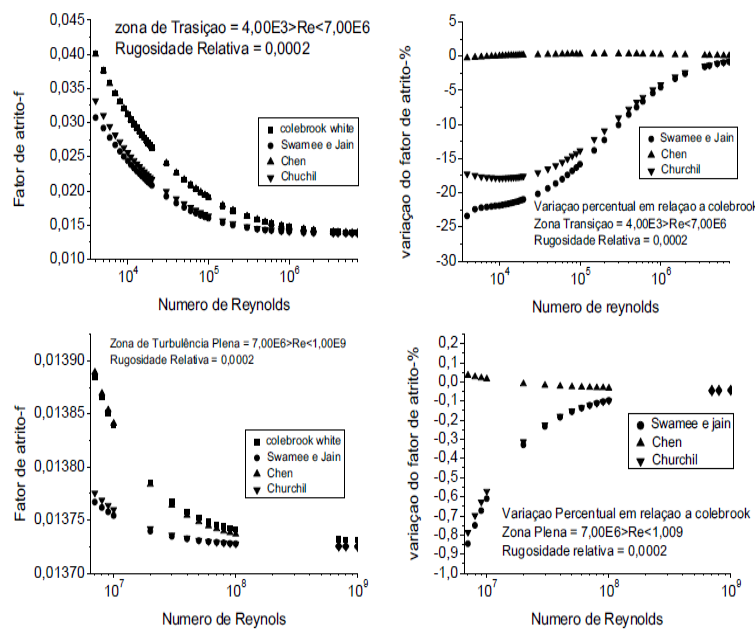
Fonte: Pesquisa do Autor

Figura 3. Análise gráfica de  $f$  para rugosidade relativa 0,002



Fonte: Pesquisa do Autor

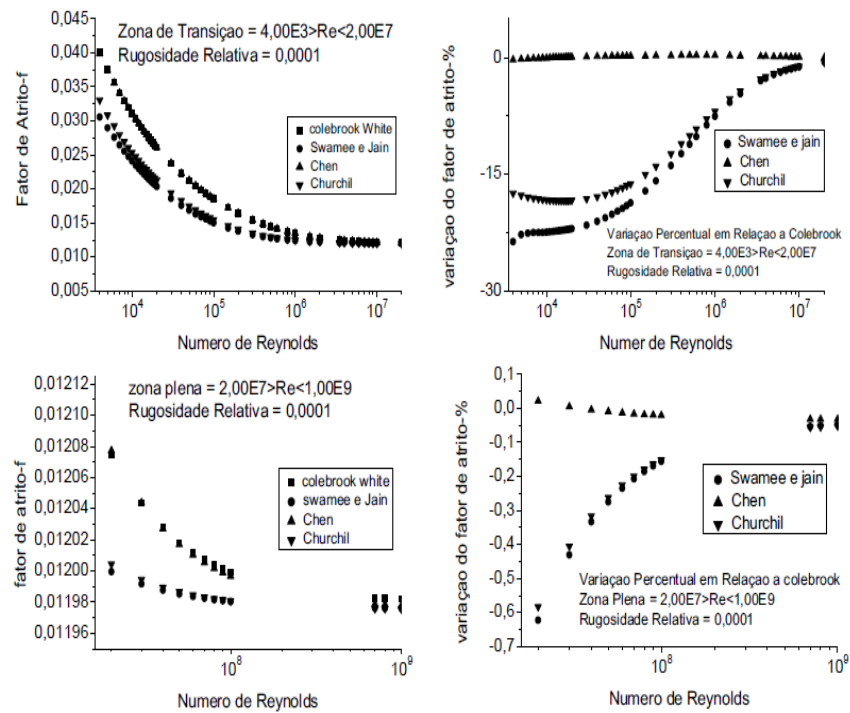
Figura 4. Análise gráfica de  $f$  para rugosidade relativa de 0,0002



Fonte: Pesquisa do Autor



Figura 5. Análise gráfica de  $f$  para rugosidade relativa de 0,0001



Fonte: Pesquisa do Autor

Tabela 1. Comparação do fator de atrito  $f$

RUGOSIDADE RELATIVA	EQUAÇÃO	ZONA DE TRANSIÇÃO E TURBULÊNCIA PLENA		ZONA DE TRANSIÇÃO	ZONA DE TURBULÊNCIA PLENA
		VARIAÇÃO MÉDIA (%)	DESVIO PADRÃO	VARIAÇÃO MÉDIA (%)	VARIAÇÃO MÉDIA (%)
0,05	CHURCHIL	-0,36	0,61	-1,13	-0,16
	SWAMEE JAIN	-0,50	0,88	-1,71	-0,17
	CHEN	-0,07	0,02	-0,04	-0,07
0,01	CHURCHIL	-1,72	2,21	-3,61	-0,16
	SWAMEE JAIN	-2,18	2,97	-4,63	-0,16
	CHEN	0,01	0,10	0,11	-0,07

0,002	CHURCHIL	5,25	4,71	-8,25	-0,18
	SWAMEE JAIN	6,53	5,72	-10,02	-0,18
	CHEN	0,14	0,08	0,18	-0,04
0,0002	CHURCHIL	-9,08	7,66	-12,40	-0,27
	SWAMEE JAIN	-10,86	9,37	-14,84	0,28
	CHEN	0,08	0,16	0,11	-0,02
0,0001	CHURCHIL	7,81	7,81	-12,64	-0,22
	SWAMEE JAIN	9,54	9,54	-15,08	-0,23
	CHEN	0,13	0,13	0,10	-0,01

Fonte: Pesquisa do Autor

Na zona de transição as equações de Churchill e Swamee-Jain apresentaram variação percentual absoluta considerável, principalmente para os valores de rugosidade relativa inferiores e na zona de turbulência plena todas as equações apresentaram uma variação percentual absoluta baixa para todos os valores de rugosidade relativa testados.

### Considerações Finais

Foram comparadas várias equações com  $f$  explícito tomando como referência a equação de Colebrook-White. Utilizou-se de ferramentas computacionais para determinação de  $f$  e sua variação em relação a equação de Colebrook-White (Eq.2). As condições de contorno foram determinadas para dutos de perfil transversal circular e escoamento de fluidos em regime de escoamento turbulento cobrindo as zonas de transição e plena, com o número de Reynolds variando de  $4 \times 10^3$  a  $1 \times 10^9$  e rugosidade relativa superior (0,05), média (0,01 – 0,002) e inferior (0,0002 – 0,0001). Os resultados obtidos através da investigação mostraram que a equação de Chen

(Eq.5) apresentou os melhores resultados para a zona de transição e turbulência plena. As equações de Churchill (Eq. 3) e Swamee-Jain (Eq. 4) os melhores resultados foram obtidos para zona de turbulência plena.

## Referências

AZEVEDO NETO, J. M. et al. Manual de Hidráulica. 8ª edição, E. **Edgard Blücher: São Paulo**, 1998.

COSSOLOSO, M. A.; SATTO, J. Equações explícitas de Colebrook-White. **Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola**, v. 25.

GOMES, H. P. **Engenharia de irrigação**. 2. ed. Campina Grande: UFPB, 1997. 390p.

GOMIDE, Reynaldo. Fluidos na Indústria. **R. Gomide**, 1993.

MACYNTIRE, A.J. **Bombas e instalações de bombeamento**. 2. ed. Rio de Janeiro: Ed. Guanabara Dois. 782p. 1987.

PORTO, R. M. Hidráulica Básica, 540 p. **EESC/USP, São Carlos, SP**, 1998.

ROMEO, Eva; ROYO, Carlos; MONZÓN, Antonio. Improved explicit equations for estimation of the friction factor in rough and smooth pipes. **Chemical engineering journal**, v. 86, n. 3, p. 369-374, 2002.

SONNAD, Jagadeesh R.; GOUDAR, Chetan T. Turbulent flow friction factor calculation using a mathematically exact alternative to the Colebrook–White equation. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 132, n. 8, p. 863-867, 2006.

VIANNA, M.R. **Mecânica dos fluidos para engenheiros**. 3 ed. Belo Horizonte: Imprimatur, 582p. 1997.

WINNING, Herbert Keith; COOLE, Tim. Explicit friction factor accuracy and computational efficiency for turbulent flow in pipes. **Flow, turbulence and combustion**, p. 1-27, 2013.

YOO, D. H.; SINGH, V. P. Two methods for the computation of commercial pipe friction factors. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 131, n. 8, p. 694-704, 2005.