

CARACTERIZAÇÃO DO FENÔMENO DE WHIRLING EM UM EIXO DE ROTOR DE TURBINA A VAPOR PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

CHARACTERIZATION OF THE WHIRLING PHENOMENON ON A STEAM TURBINE ROTOR SHAFT BY THE FINITE ELEMENT METHOD

Alan da Silva Ribeiro Centro Universitário Geraldo Di Biase, Volta Redonda/RJ, Brasil
aribeiro@agensarj.gov.br

Dayane Maria Monsores Ribeiro da Hora Centro Universitário Geraldo Di Biase, Volta Redonda/RJ, Brasil
day_monsores@hotmail.com

Diego Luiz Teófilo Ferreira Bergone Centro Universitário Geraldo Di Biase, Volta Redonda/RJ, Brasil
diegoferreira_3.16@hotmail.com

Ester da Conceição Oliveira Centro Universitário Geraldo Di Biase, Volta Redonda/RJ, Brasil
star.esteroliveira@gmail.com

Marcela Costa Martins centro universitário geraldo di biase, volta redonda/rj, brasil
marcelo.costa.martins@hotmail.com

Resumo As turbinas a vapor operam sob altas pressões, velocidades e temperaturas, utilizando eixos de transmissão mecânica para transmitir potência e movimentos rotacionais, e, portanto, estão suscetíveis ao fenômeno de Whirling (rodopio). A ocorrência de falhas significativas nos eixos das turbinas, oriundas de vibrações indesejadas, são ocasionadas por este fenômeno e, portanto, a caracterização do fenômeno de Whirling pelo método de elementos finitos, tem o objetivo de compreender como ocorre o fenômeno nos eixos de uma turbina a fim de prevenir possíveis rupturas nos eixos, evitando acidentes, perdas financeiras por comprometimento do fluxo da linha de produção e danos irreparáveis nos equipamentos. O Método de Elementos Finitos (MEF) permite identificar as falhas e os pontos de concentração de tensão causados por vibrações no eixo da turbina. A partir da utilização do software ANSYS 2024 R1 student, considerando um eixo em aço carbono, foi possível simular o fenômeno estudado permitindo evidenciar as falhas ocasionadas. Após análise dos resultados obtidos pelo ANSYS, é possível recomendar a continuidade do monitoramento e a realização de tratativas para melhoria das turbinas a fim de aumentar a confiabilidade do eixo.

Palavras-chave Whirling. Turbinas à vapor. Método de elementos finitos.

Abstract Steam turbines operate under high pressures, speeds and temperatures, using mechanical transmission shafts to transmit power and rotational movements, and are therefore susceptible to the Whirling phenomenon. The occurrence of significant failures in turbine shafts, arising from unwanted vibrations, are caused by this phenomenon and, therefore, the characterization of the Whirling phenomenon by the finite element method aims to understand how the phenomenon occurs in the shafts of a turbine. In order to prevent possible breakages in the axles, avoiding accidents, financial losses due to compromised production line flow or even irreparable damage to equipment. The Finite Element Method (FEM) allows the identification of faults and stress concentration points caused by vibrations on the turbine shaft. Using the ANSYS 2024 R1 student software, considering a carbon steel shaft, it was possible to simulate the phenomenon studied, allowing the failures caused to be highlighted. After analyzing the results obtained by ANSYS, it is possible to recommend continuing monitoring and carrying out measures to improve the turbines in order to increase the longevity and reliability of the shaft.

Keywords Whirling. Steam turbines, Finite element method.

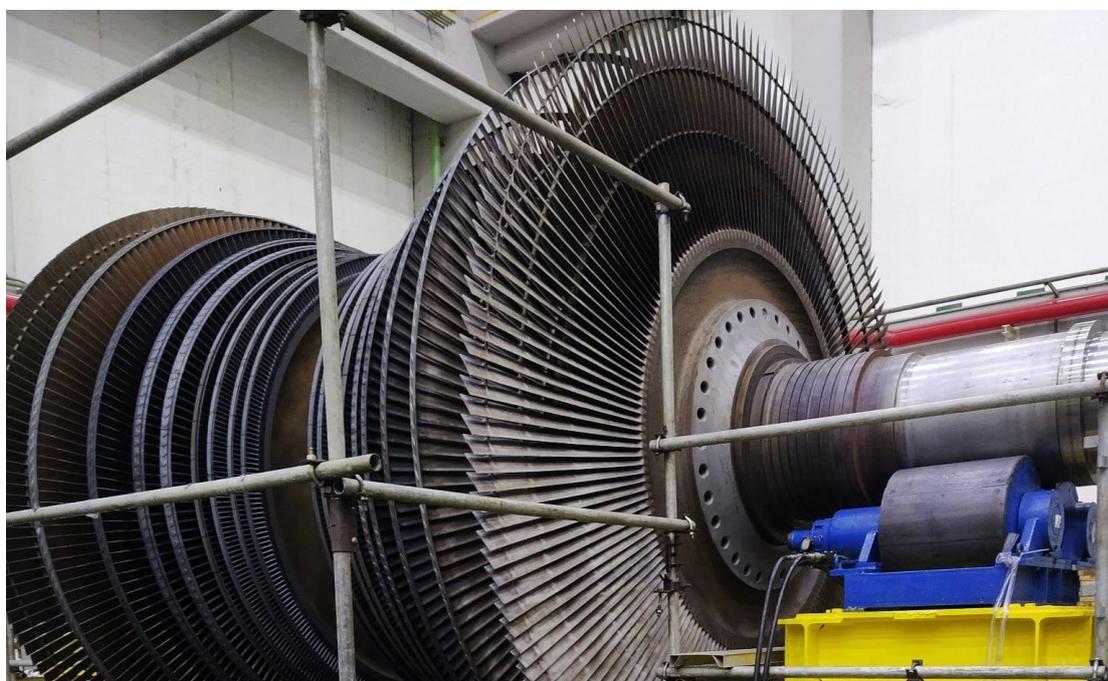


1. INTRODUÇÃO

A busca contínua pelo desenvolvimento de novas tecnologias voltadas para a sustentabilidade, otimização de maquinários e identificação preventiva de anomalias, têm como objetivo, reduzir custos com manutenções corretivas, aumentar a confiabilidade e a vida útil dos equipamentos, melhorar a eficiência operacional e contribuir para a economia circular. “No Brasil, a matriz energética é destacada por ser uma das mais renováveis do mundo, com 42,9% da oferta interna de energia proveniente de fontes renováveis.” (SCHAPPO; FERREIRA; BELLEN, 2021, p. 4).

Dentro desse contexto, as turbinas a vapor são essenciais nas usinas termelétricas nucleares para a geração de energia limpa e sustentável. Essas turbinas convertem energia térmica em energia mecânica e, posteriormente, em energia elétrica. Elas operam sob altas pressões, velocidade e temperaturas, utilizando eixos de transmissão mecânica para transmitir potência e movimentos rotacionais. No entanto, esses eixos estão sujeitos a cargas flutuantes de torção e flexão combinadas. O seu mecanismo de falha envolve fundamentalmente a fadiga, devido a rotações elevadas, o que pode causar deflexões e danos estruturais graves.

Figura 1: Rotor de uma turbina a vapor



Fonte: Eletronuclear TV

O fenômeno de *Whirling* (rodopio) está associado a máquinas que operam em altas rotações, como por exemplo as turbinas. Este fenômeno ocorre devido a ressonância em determinadas velocidades, conhecidas como velocidades críticas ou rotações críticas, gerando um desequilíbrio

rotacional do eixo, mesmo na ausência de cargas externas. É um dos causadores de falhas em eixos rotativos, devido a descentralização do centro de massa ocasionado por vibrações auto excitadas. Essas vibrações podem levar à formação de trincas e, eventualmente, à fratura do eixo, comprometendo a integridade dos equipamentos e a segurança dos profissionais.

Para evitar a ocorrência deste fenômeno, será empregado o método de elementos finitos (MEF), uma ferramenta numérica amplamente utilizada na engenharia mecânica para resolução de problemas complexos (Zienkiewicz & Taylor, 2013). O MEF permite identificar as falhas e os pontos de concentração de tensão causados pelo desbalanceamento e vibrações no eixo da turbina.

Este estudo se insere em um contexto em que as pesquisas têm buscado cada vez mais entender os mecanismos que levam ao *Whirling* em turbinas (Xia & Zhang, 2017; Li et al, 2020). Ainda há espaço para avanços significativos nessa área, e espera-se que este trabalho contribua fornecendo ferramentas eficazes para caracterização e prevenção do *Whirling*. Segundo Rao (2017), este fenômeno ocorre quando o eixo começa a girar ao redor de seu eixo central, o que causa uma diversidade de problemas, incluindo desgastes prematuros de componentes, sendo necessário a compreensão deste fenômeno visando prevenir esses danos.

A pergunta desta pesquisa que este trabalho busca responder é: “Como podemos utilizar o método de elementos finitos para caracterizar e prevenir o fenômeno de *Whirling* em eixos rotativos?”

Em resposta à pergunta, fornecerá ferramentas visando melhorar a eficiência e prolongar a vida útil principalmente dos eixos e conseqüentemente dos demais componentes das turbinas a vapor, contribuindo para uma operação mais segura e econômica das usinas termelétricas.

Figura 2: Parada para manutenção de Angra 2 – Edifício da Turbina - UMA



Fonte: Eletronuclear TV

No que se refere ao conteúdo abordado, a literatura ainda é insipiente. Nosso estudo visa agregar para comunidade científica fomentando discussões acadêmicas dentro da temática em questão, a fim de se produzir conteúdo científico de qualidade contribuindo para o avanço tecnológico.

2. Referencial Teórico

2.1. Movimento Harmônico Simples

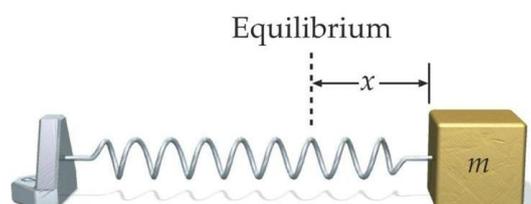
Segundo RAO (2008, p. 21), em um movimento oscilatório, repetições podem ocorrer frequentemente, podendo ocasionar falhas consideráveis, principalmente porque esses movimentos são repetitivos e periódicos.

“Se o movimento for repetido a intervalos de tempo iguais, é denominado movimento periódico. O tipo mais simples de movimento periódico é o movimento harmônico” (Rao, 2008, p. 21).

É caracterizado pelo movimento de oscilação de um corpo de massa m , quando a força restauradora desse movimento é proporcional ao seu deslocamento, é também repetitivo e geralmente chamado de periódico (Bauer, Westfall e Dias, 2013).

Para exemplificar o MHS deve-se observar o sistema massa (m) / mola (k), onde um objeto de massa (m) é preso a uma mola (imagem 3), em sua condição de equilíbrio, ela não exerce força sobre o objeto, porém, quando é esticada ou comprimida passa a exercer força sobre o objeto deslocando-se em torno de sua condição de equilíbrio, logo, verificamos que o movimento realizado pela massa é um movimento harmônico simples (Tipler e MOSCA, 2013).

Figura 3: Sistema massa / mola



Fonte: Tipler e MOSCA, 2013, p. 465

Considerando, massa e mola em um plano sem atrito. O deslocamento x , é verificado partindo de sua posição de equilíbrio (Tipler e MOSCA, 2013, p. 465).

Quando a mola é alongada a uma determinada distância, partindo de sua posição de equilíbrio, ela exerce uma força sobre o objeto, essa força é dada pela lei de Hooke, onde: k é a constante de proporcionalidade de força da mola, F é a força, x é a deformação (extensão/compressão), o sinal negativo indica que a força é restauradora, pois ela tem o sentido oposto ao da força que causou seu alongamento de acordo com sua posição de equilíbrio (Tipler e MOSCA, 2013).

O movimento harmônico de um sistema é representado matematicamente pela equação (2.1).

$$x(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$

Onde X representa o deslocamento, A é a amplitude máxima do sinal vibratório, ω é a velocidade angular (ou frequência angular) em rad/s, o ângulo de fase e t o instante de tempo. A velocidade angular por sua vez pode ser obtida através da equação 2.2 abaixo, onde T é o período do movimento e f a frequência em Hz.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

O deslocamento X pode ser expresso pela equação simplificada (2.3).

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t) \quad (2.3)$$

A velocidade pode ser expressa por:

$$\frac{dx}{dt} = \omega A \operatorname{cos}(\omega t) \quad (2.4)$$

Sendo a aceleração:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 A \operatorname{sen}(\omega t) = -\omega^2 x \quad (2.5)$$

Observando a segunda lei de Newton e o Princípio de D'Alembert, aplicando as equações para um sistema não amortecido, temos:

$$kx = -m\omega^2 x \quad (2.6)$$

Evidenciando a velocidade angular obtemos a frequência natural não amortecida, válida para sistemas com um grau de liberdade.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.7)$$

A condição de ressonância ocorre quando a velocidade do motor gerador de ondas senoidais coincide com uma das frequências naturais do sistema massa-corda.

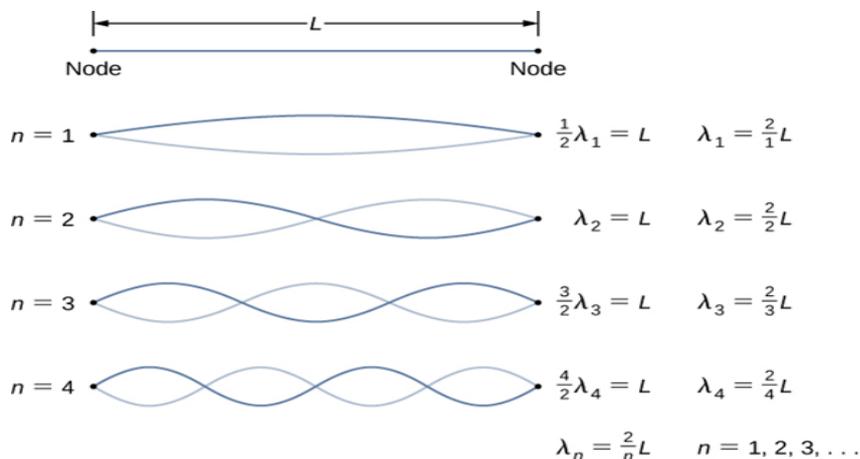
$$\omega = \omega_n \quad (2.8)$$

Uma corda esticada com pontas fixas perturbada para oscilar para cima e para baixo com um motor especial de velocidade regulável será posta a vibrar em determinadas velocidades que irão coincidir com os seus modos naturais e terão frequências e padrões de vibração característicos.

Modos naturais são propriedades inerentes de uma estrutura. As ressonâncias são determinadas pelas propriedades do material (massa, rigidez e propriedades de amortecimento) e

pelas condições de contorno da estrutura. Cada modo é definido por uma frequência natural modal ou ressonante (SCHWARZ, 1999).

Figura 4: Ondas em uma corda com até a quarta forma modal



Fonte: Lumen Learning

Um nó é um ponto junto com uma onda estacionária onde a onda tem amplitude mínima. O oposto de um nó é um anti-nó, um ponto onde a amplitude da onda estacionária é máxima. Estes ocorrem a meio caminho entre os nós. Neste caso a frequência natural será:

$$f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (2.9)$$

Onde λ é o comprimento de onda, l o comprimento útil da corda, n o número de ventres, T a tensão provocada pela massa e μ a densidade linear da corda.

A análise modal ou ensaio modal trata da determinação de frequências naturais, fatores de amortecimento e formas modais por meio de ensaios de vibração mais elaborados (Rao, 2008).

2.1.1. Análise de Resposta em Frequência (FRF)

A resposta em frequência (FRF) no contexto do Movimento Harmônico Simples (MHS) é uma ferramenta essencial para analisar como sistemas oscilatórios respondem a excitações externas.

A FRF de um sistema é uma medida da relação entre a entrada e a saída em termos de amplitude e fase em função da frequência.

Matematicamente, a FRF $H(\omega)$ é definida como a razão entre a transformada de Fourier da saída $Y(\omega)$ e a transformada de Fourier da entrada $X(\omega)$:

$$H(\omega) = \frac{x(\omega)}{y(\omega)}$$

Onde ω é a frequência angular. A FRF pode ser representada na forma de magnitude $|H(\omega)|$ e fase $\angle H(\omega)$. Segundo Inman (2013), "a magnitude da FRF indica a amplificação ou atenuação da amplitude da resposta em relação à entrada, enquanto a fase indica o deslocamento de fase entre a entrada e a saída" (p. 184).

Sendo assim, a FRF é uma ferramenta fundamental na análise modal, pois é utilizada para determinar os modos próprios de vibração de uma estrutura. Craig e Kurdila (2006) explicam que "a análise modal envolve a decomposição da resposta de um sistema em seus modos naturais de vibração, que podem ser identificados através da FRF" (p. 223).

Considerando os equipamentos rotativos, observa-se questões importantes que podem influenciar em seu funcionamento correto, como por exemplo, as vibrações em eixos quando atingem sua velocidade crítica, que é onde ocorre a excitação de sua frequência natural, causando assim o que chamamos de ressonância, que, segundo Rao (2008, p.8), é quando a frequência de força externa coincide com uma das frequências naturais do sistema, ocasionando falhas estruturais importantes. Com isso, deve-se sempre observar com atenção a montagem de eixos que serão apoiados em rolamentos, para que não haja um desbalanceamento já em sua montagem. Pois quando ocorre esse desbalanceamento com o equipamento em funcionamento, essa diferença entre as distâncias do centro de massa pode gerar um efeito parecido com o rodopio, que é conhecido como *Whirling*.

2.2. Velocidade Crítica

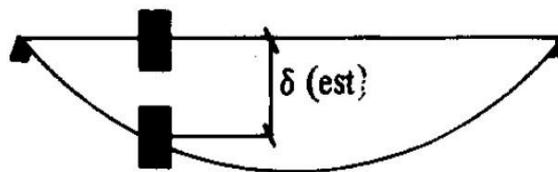
O cálculo da rotação crítica de um eixo árvore é um aspecto fundamental no projeto e na análise de sistemas mecânicos sujeitos a vibrações flexionais. (Gambarini 1983) destaca que a rotação crítica representa a velocidade angular na qual ocorre uma ressonância entre a frequência de variação das forças externas e a frequência natural do sistema composto pelo eixo e pelas peças apoiadas sobre ele.

Para determinar a rotação crítica, é necessário considerar a massa das peças apoiadas no eixo, a aceleração da gravidade, a flecha estática do eixo devido ao peso próprio das peças, e a força que produz uma flexão do eixo. Além disso, a rigidez dos apoios do eixo desempenha um papel crucial, influenciando diretamente a rotação crítica. Apoios mais rígidos aumentam a rotação crítica, enquanto apoios menos rígidos diminuem esse valor.

Evitar operar o eixo em uma faixa de velocidade próxima à rotação crítica é essencial para prevenir danos e rupturas devido à intensa vibração.

Para a análise do comportamento do eixo sob essas condições, utilizaremos o método de elementos finitos (MEF) junto a análise harmônica, que permite modelar e simular a resposta dinâmica do sistema com precisão. O MEF é uma ferramenta poderosa para determinar a flecha estática (δ_{est}) e a rigidez do sistema (k), facilitando o cálculo da rotação crítica e a previsão dos modos de vibração.

Figura 5: Flecha estática

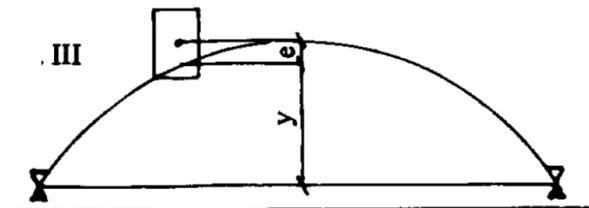


Fonte: Revista tecnologia - agosto 84

Imagine o eixo abaixo, onde a massa m tem uma excentricidade “ e ” em relação a este. Quando o sistema gira com velocidade angular ω , tomando a configuração da Figura 6, pode-se escrever usando-se o equilíbrio dinâmico:

$$F_c = m\omega^2 R \quad (2.11)$$

Figura 6: Equilíbrio Dinâmico



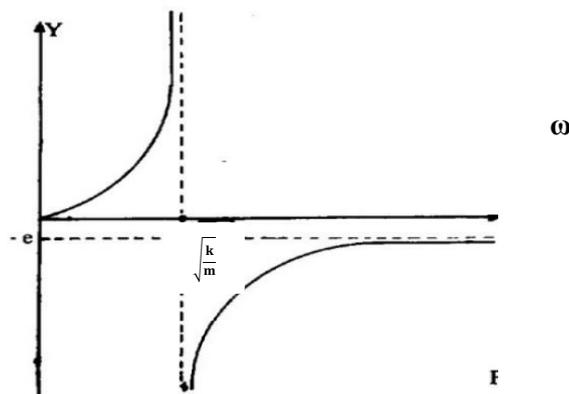
Fonte: Revista tecnologia - agosto 84

Na equação de equilíbrio dinâmico considerando a rigidez k , temos:

$$\frac{m\omega^2}{k}(y + e) = \frac{m\omega^2}{k}y + \frac{m\omega^2}{k}e \quad (2.12)$$

Nota-se que quando ω se aproxima do valor de $\sqrt{\frac{k}{m}}$, a amplitude y tenderá para o infinito, por menor que seja a excentricidade “e”. Este valor $\sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\delta(est)}}$, que chamaremos de velocidade crítica do eixo, leva o sistema à ressonância, conforme mostrado no gráfico da Figura 7.

Figura 7: Gráfico de Velocidade Crítica



Fonte: Revista tecnologia - agosto 84

2.3. Elementos Finitos

O método de elementos finitos (MEF) emergiu como uma técnica promissora para o estudo do fenômeno *Whirling*. Esta abordagem numérica permite a representação precisa das condições operacionais reais e da geometria complexa dos componentes da máquina. Além disso, ela pode ser usada para simular o comportamento dinâmico do sistema sob cargas variáveis e para identificar as condições que levam à instabilidade (Rao & Gupta, 2013).

No contexto das turbinas a vapor, o uso da MEF na caracterização do fenômeno de *Whirling* traz uma percepção muito valiosa. Por exemplo, Chen et al. (2017) utilizaram esta técnica para investigar as vibrações rotativas em um rotor de turbina a vapor com defeitos no mancal. Os autores descobriram que os defeitos no mancal podem induzir vibrações rotativas intensificadas e identificaram as condições sob as quais essas vibrações se tornam críticas.

O processo de Discretização do domínio é uma das etapas fundamentais na modelagem por MEF. Nessa etapa, o domínio contínuo é dividido em uma série de elementos finitos, que são formas geométricas simples, como triângulos ou quadriláteros, no caso de elementos bidimensionais, tridimensionais, tetraedros ou hexaedros. A divisão do domínio em elementos permite a aproximação da solução do problema através de uma representação discretizada, facilitando a análise numérica e a resolução do sistema de equações resultante.

Neste trabalho, aplicou-se o MEF para simular o fenômeno de *Whirling*, levando em consideração as características físicas e mecânicas do sistema. A solução numérica é fundamental

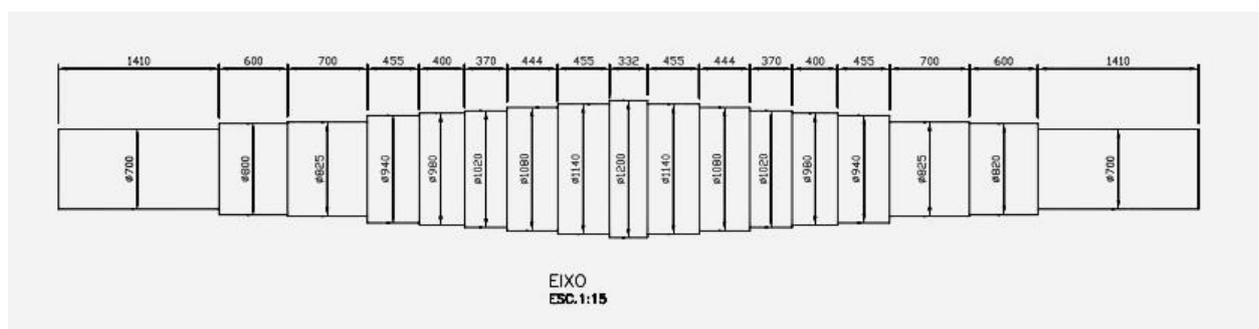
para a modelagem e simulação do eixo de rotor de turbina, possibilitando a investigação de diferentes situações e condições de operação.

É importante mencionar que várias técnicas têm sido propostas para mitigar o fenômeno *Whirling* em turbinas a vapor. Contudo, (Azevedo Silva et al, 2016), destaca que os resultados obtidos no cálculo analítico estão de acordo com os obtidos por meio do método computacional utilizando elementos finitos.

2.4. Metodologia, Resultados e Discussão e conclusão

Neste trabalho, foi projetado um eixo de turbina a vapor utilizando o software ANSYS 2024 R1 Student, com o objetivo de estudar o fenômeno de *Whirling* por meio do Método de Elementos Finitos (MEF). O material selecionado para o eixo foi o aço carbono, escolhido intencionalmente para demonstrar uma situação crítica que favorece a ocorrência do *Whirling*.

Figura 8: Projeto do eixo



Fonte: Aatoria

Tabela 1 - Características do Eixo

Propriedades	Material	Aço carbono
	Módulo de Young	190 GPa
	Comprimento	10000 mm
	Densidade	7850 kg/m ³
	Volume	63471 x10 ⁹ mm ³
	Massa	49,825 t
	Seções	17
Estática	Nós	55337
	Elementos	32399

Fonte: Aatoria

Inicialmente, cálculos analíticos foram realizados para determinar os modos de vibração e as velocidades críticas do eixo. Estes cálculos foram utilizados como base de comparação para as simulações realizadas no ANSYS. O modelo do eixo foi desenvolvido utilizando o software Inventor, com características especificadas pelas normas API 611 e API 612, e posteriormente exportado para análise modal e harmônica no ANSYS. Foram aplicadas cinco etapas principais:

cálculos analíticos, criação do modelo, análise modal, análise harmônica e pós-processamento dos dados.

Os resultados obtidos através do método analítico e da simulação por elementos finitos mostraram grande convergência, validando a metodologia aplicada. As frequências naturais e os modos de vibração foram obtidos e comparados, destacando-se três modos principais: 22,524 Hz, 97,332 Hz e 205,76 Hz. Estes valores, próximos dos obtidos pelos cálculos analíticos, indicaram a confiabilidade do método empregado.

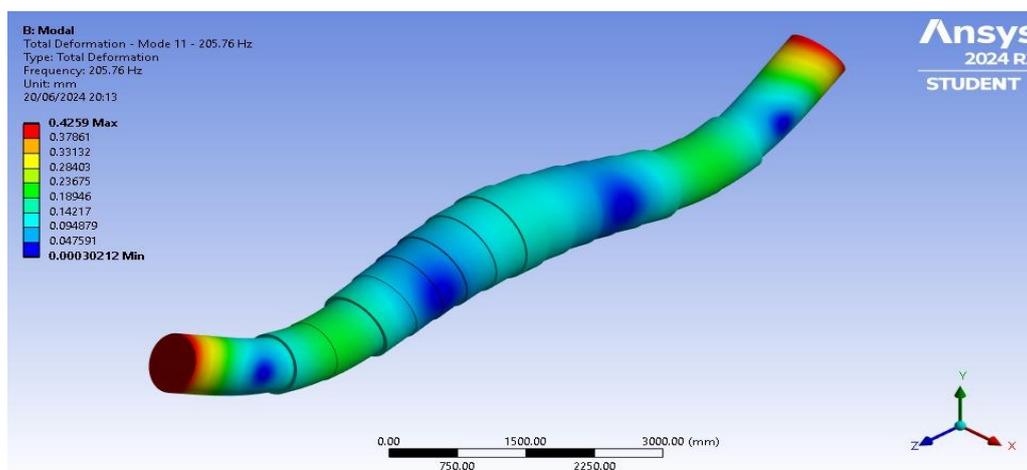
Tabela 2 - Modos de Vibração Natural e Velocidade Crítica

Modos de Vibração	Velocidade Crítica (RPM)	Resultados Analíticos - (Hz)
Modo 1	1457,9	24,29
Modo 2	5831,6	97,15
Modo 3	13121,1	218,59

Fonte: Autoria

A análise harmônica revelou a resposta em frequência do sistema, evidenciando que a amplitude máxima ocorre na frequência de 206 Hz.

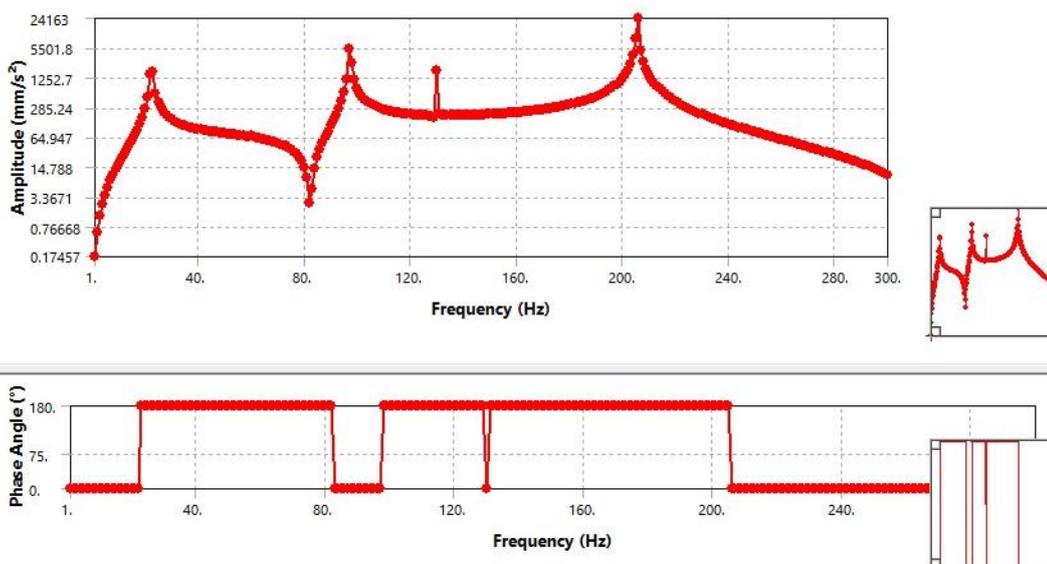
Figura 9: Modo 3, Análise por Elementos Finitos



Fonte: Autoria, Software Ansys

Além disso, os modos identificados mostraram frequências naturais que podem ser indesejáveis para a operação do sistema, devendo ser evitadas para prevenir problemas de ressonância.

Figura 10: Gráfico de Bode, Frequência e Fase



Fonte: Autoria, Software Ansys

A conclusão geral do estudo demonstra que o método de elementos finitos é uma ferramenta eficaz para caracterizar o fenômeno de Whirling e prevenir falhas catastróficas nos eixos das turbinas. O monitoramento das frequências naturais e a identificação dos modos críticos são essenciais para garantir a confiabilidade e segurança dos equipamentos. Assim, a continuidade no monitoramento e na mitigação das vibrações pode prolongar a vida útil dos eixos e reduzir os riscos operacionais.

Referências

ANDRADE, Wellington, SAMPAIO, Thiago. **Máquina de Heron: desenvolvimento de um procedimento experimental para o ensino da termodinâmica a fim de entender as máquinas térmicas**. Revista Semiárido de Visu, Petrolina, v. 9, n. 2, PE, 2021.

AZEVEDO Silva, Fernando, Chaves, Carlos Alberto, Siqueira Guidi Erick. **Análise de falha por fadiga em eixo de transmissão utilizando o método dos elementos finitos**. 2016,

AZEVEDO, Á. F. M. **Métodos dos elementos finitos**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto – Portugal. 1ª Edição, 2003.

BAUER, Wolfgang; WESTFALL, Gari D, DIAS, Hélio, **Física para universitários**, 2013

BERANEK, L. L. *Acoustics*. Springer, 2012

BUENO, Marcio Antônio Torres, **Vibrações Mecânicas: Minha caderneta de campo 1**. ed. Rio de Janeiro: Ed. Do Autor; 2010.

CRAIG, J. J., & Kurdila, A. J. **Fundamentals of Structural Dynamics**. 2006

DINAME - **Proceedings of the XIX International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics**, A.S. De Paula, A.T. Fabro and M.R. Machado (Editors), ABCM. Pirenópolis, Go, Brazil, February 26th to March 3rd, 2023

ELETRONUCLEAR. **Informações de Angra 2**. Disponível em: <https://www.eletronuclear.gov.br/Nossas-Atividades/Paginas/Informacoes-de-Angra-2.aspx> Acesso em: 3 de mar.2024

INMAN, J. J. **Consumer Behavior: Buying, Having, and Being (11th ed.)**. Pearson Education, 2013.

GAMBARINI, A. G. **Teoria e Prática do Dinamômetro**. SP, 1983.

MACINTYRE, Archibalt. **Equipamentos industriais e de processo**. 1 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

MARTINS, Marcelo Costa; LOCHE, Emilson; HOPPE, João Henrique Brandenburger. RELATO DE PRÁTICA PEDAGÓGICA. **Simpósio**, [S.l.], n. 11, p. 8, maio 2023. ISSN 2317-5974.

MAZURENKO, Anton, SOUZA, Zulcy, LORA, Electo. **Máquinas térmicas de fluxo: cálculos térmicos e estruturais**. 1 ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2013.

MOBLEY, R. Keith. **Vibration fundamentals**. 1.ed. Boston: Butterworth-Heinemann, 1999.

NORTON, Robert. **Projeto de Máquinas**. 4. ed. Porto Alegre, RS: Bookman, 2013.

PIRES, Eduardo, JUNIOR, Hamilton, SUARES, Runan. **Estudo de viabilidade técnica/econômica para instalação de um termogerador em queimador de gases de estufa**. Trabalho de conclusão

de curso de graduação (Bacharel em Engenharia Industrial Elétrica- Ênfase Eletrotécnica) Universidade Tecnológica do Paraná (UTFPR), PR, 2013.

PRIYADARSHIN, Adyasha. **Indentification of cracks in beams using vibrational analysis**. Tese (Mestre em Engenharia Estrutural com especialização em Engenharia Estrutural) Instituto Nacional de Tecnologia Rourkela, India, 2013.

RAO B.K.N. **Handbook of Condition Monitoring: Techniques and Methodology**. Springer, 2017.

Rao SS., & Gupta K. **Introduction to finite elements in engineering**. Prentice Hall India Pvt., Limited, 2013.

RAO, Singiresu. **Vibrações Mecânicas**. 4. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2008.

REINALDO, Lourenço P.H. **Determinação da Velocidade Crítica de Eixos**. Revista de tecnologia, 1984

SANTOS, Nelson. **Termodinâmica aplicada às termelétricas: teoria e prática**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SCHAPPO, Fillipe; FERREIRA, Denize Demarche Minatti; BELLEN, Hans Michael Van. Pesquisa & Desenvolvimento (P&D): **Investimentos realizados pelas empresas brasileiras geradoras de energia e sua relação com a Matriz Energética**. In: 21^a USP International Conference in Accounting, 2021. São Paulo. Anais do USP International Conference on Accounting e do Congresso USP de Iniciação Científica em Contabilidade, São Paulo, USP, 2021.

SCHWARZ, Brian; RICHARDSON, Mark, **Experimental Modal Analysis**. California, CSI Reliability Week Proceedings, 1999.

SILVA, Ricardo, MORAIS, Willy. **Estudo de falha em palheta de uma turbina a vapor geradora de energia**. Programa de Pós- Graduação em Engenharia Mecânica Universidade Santa Cecília (UNISANTA), SP, 2017.

TEIXEIRAS DIAS, F. et al. **Método dos Elementos Finitos - Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia**. ETEP. 2^a Edição, 2018

TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene, **Física para Cientistas e Engenheiros** - Vol. 2, 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

XIA, X., & Zhang, L. (2017). **Research on the whirling motion of the steam turbine rotor system with rub-impact fault based on the finite element method**. Shock and Vibration, 2017.

YANAGIHARA, Juradir. Slide de aula: **Máquinas térmicas: Turbina a vapor**. USP, SP, 2023.

ZIENKIEWICZ, O. C., & Taylor, R. L. **The finite element method for solid and structural mechanics (Vol. 2)**. Butterworth-heinemann, 2013

ANEXO

Média aritmética

Inicialmente calculou-se a média do diâmetro das seções (conforme a figura 8), para a dedução de um diâmetro sintetizado a geometria do eixo. Abaixo encontra-se a execução do método:

$$Média_{\phi} = \frac{x_1 + x_2 \dots x_n}{n}$$

$$Média_{\phi} = \frac{16190}{17}$$

$$Média_{\phi} \cong 952 \text{ mm}$$

O cálculo resultou em um diâmetro médio de 952 mm. No entanto, com o intuito de simplificar os cálculos subsequentes e proporcionar uma margem de segurança nas análises de frequência natural, prevenindo subestimações críticas, optou-se por adotar o valor de 900 mm de diâmetro médio.

Inércia geométrica

Para a execução do cálculo da inércia circular geométrica, aplicou-se a fórmula (3.3), cuja descrição apresenta abaixo com as substituições dos valores citadas anteriormente.

$$I = \frac{\pi \times d^4}{64}$$

$$I = \frac{3,14 \times 900^4}{64}$$

$$I = 32.189.906.250 \therefore I = 3,22 \times 10^{10}$$

Logo o valor da inércia do eixo corresponde a 32.189.906.250.

Peso resultante da força gravitacional

Com o objetivo de apresentar o cálculo do peso resultante, aplicou-se a fórmula (3.4), substituindo os valores condizentes à aplicação.

$$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$d = 0,9 \text{ m}$$

$$L = 10 \text{ m}$$

$$W_{self} = \rho g \frac{\pi \times d^4}{4} l$$

$$W_{self} = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{3,14 \times 0,9^4 \text{m}}{4} \times 10 \text{ m}$$

$$W_{self} = 489659 \text{ N}$$

Desta forma, o valor do peso resultante da força gravitacional é 489659 N.

Peso do próprio eixo

Portanto, para encontrar o peso do próprio eixo, basta dividir o valor do cálculo anterior pela distância entre os mancais. Conforme o detalhamento abaixo:

$$W = \frac{w_{self}}{l_{mancais}}$$

$$W = \frac{489659 \text{ N}}{8000 \text{ mm}}$$

$$W = 61 \text{ N/mm}$$

Cálculo da deflexão

Para a execução do cálculo da deflexão, aplicou-se a fórmula (3.2), a qual está descrita posteriormente com os respectivos valores, e o valor do comprimento utilizado trata-se da distância entre os mancais.

$$W = 61 \text{ N/mm}$$

$$L = 8000 \text{ mm}$$

$$E = 190 \text{ GPa} \longrightarrow 190 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$I = 32.189.906.250$$

$$\Delta = \frac{5 \omega l^4}{384EI}$$

$$\Delta = \frac{5 \times 61 \text{ N/mm} \times 8000^4}{384 \times 190 \times 10^3 \text{ MPa} \times 32.189.906.250}$$

$$\Delta = 0,534 \text{ mm} \therefore \Delta = 5,34 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Diante disso, o valor da deflexão é $5,34 \times 10^{-4} \text{ m}$.

Cálculo de frequências e rotações por minuto (RPM)

Após os cálculos anteriores, aplicou-se a fórmula (3.1) para encontrar a primeira frequência natural e RPM.

$$f_{n1} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{5g}{384\Delta}}$$

$$f_{n1} = \frac{3,14}{2} \sqrt{\frac{5 \times 9,81 \text{ m/s}^2}{384 \times 5,34 \times 10^{-4} \text{ m}}}$$

$$f_{n1} = 24,29 \text{ Hz}$$

$$RPM_1 = 24,29 \text{ Hz} \times 60 \therefore RPM_1 = 1457,9 \text{ RPM}$$

Para encontrar os valores das principais frequências críticas e seus respectivos RPM, empregou as fórmulas descritas na tabela 4, com os resultados respectivos.

Tabela 4 - Resultados

Modos de Vibração	Fórmula	Resultados Analíticos (Hz)	Velocidade Crítica (RPM)
Modo 1	F_n	24,29	1457,9
Modo 2	$F_n \times 2^2$	97,15	5831,6
Modo 3	$F_n \times 3^2$	218,59	13121,1

Fonte: Aatoria