DEFINIÇÃO DE DERIVADA COM AUXÍLIO DO GEOGEBRA

Rodrigo Resende Alves

Mestre em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Rio de Janeiro

Docente do Centro Universitário Geraldo Di Biase – UGB/FERP

Dados de Identificação

Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I aplica na turma de 2º período de Engenharia de produção.

Objetivos da ação

Definir derivada para uma função de uma variável com o auxílio do Software Geogebra, facilitando a compreensão do conteúdo pelo discente.

Unir teoria e prática para o curso Cálculo Diferencial e Integral I.

Traçar uma função de uma variável, reta tangente e a reta normal em um ponto que pertence ao domínio da função.

Conteúdos do Trabalhados

Derivada é um dos principais assuntos do curso de Cálculo Diferencial e Integral I, no entanto a compreensão do conteúdo é não é naturalmente trivial. Uma das maneiras de melhorar a compreensão foi traçar um paralelo entre teoria e prática com o auxílio de um Software livre. Na presente prática foi escolhido o Software Geogebra, pois o mesmo reuni alguns requisitos interessantes para o desenvolvimento da prática aplicada, como: o Geogebra atinge o objetivo (esboço de gráfico de funções), é um software livre, é de fácil compreensão e execução simples.

Definição 1: A reta tangente a uma curva $y = f(x)$ em um ponto $P\big(a, f(a)\big)$ é a reta que passa por P que tem a inclinação desde que o limite exista.

$$m = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

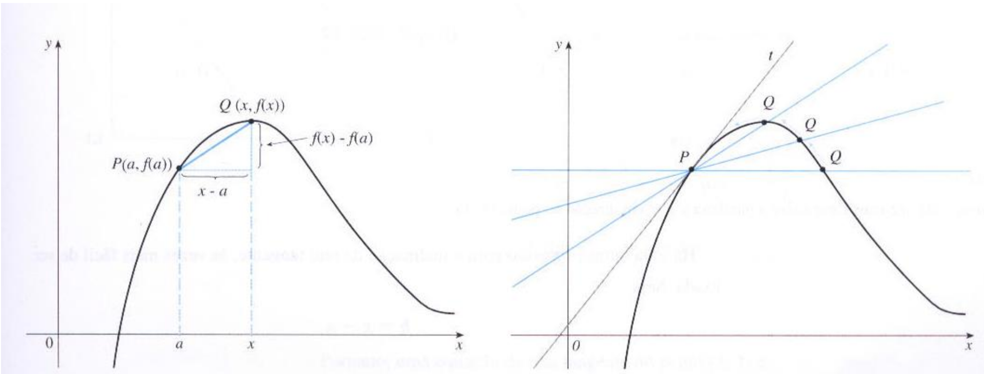

Figura 1

Exemplo 1: Encontre uma equação da reta tangente à parábola $y = x^2$ no ponto $(1, 1)$.

Temos que o ponto $a = 1$ e $f(x) = x^2$, logo a inclinação da reta tangente a função é

$$m = \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1} x + 1 = 2.$$

Sabendo que a equação de uma reta com coeficiente angular m e passa pelo ponto $P(x_0, y_0)$, é dada por:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Logo:

$$y - 1 = 2(x - 1) \text{ ou } y = 2x - 1.$$

Utilizando o Geogebra, temos:

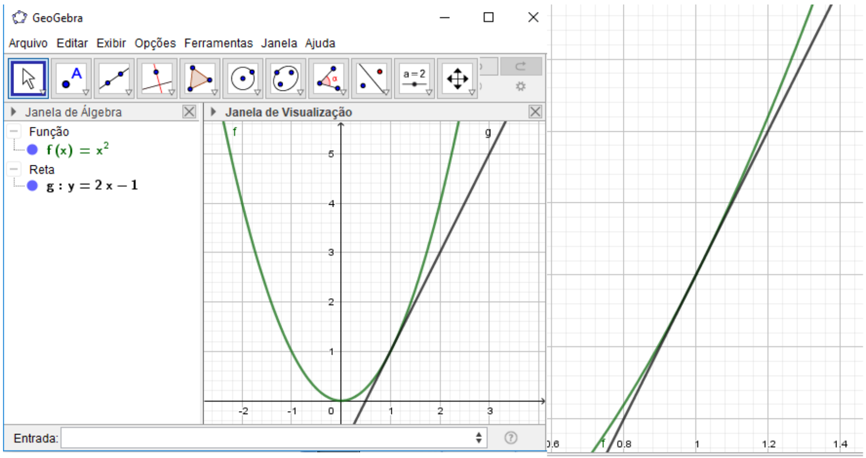

Figura 2

Definição 2: A derivada de uma função f em um número a, denotado por $f'(a)$, é

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Generalizando, suponha que o número a qualquer, eusando $h = x - a$ e $x = a + h$, onde$x$ tente a a, h tende a zero (pois $h = x - a$) e substituirmos a por uma variável x na definição 2, tem-se:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

Dado um número x para o qual esse limite existe, atribuímos a x o número $f'(x)$. Logo pode-se considerar f' como uma função, chamada de $\boldsymbol{derivadadef}$e definida pela expressão acima. Sabe-se que o valor de f' em x, $f'(x)$, pode ser interpretada geométricamente como a inclinação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(x, f(x))$.

Procedimentos

Visualizar no software Geogebra a derivada como a inclinação da uma reta tangente em um ponto pertencente ao domínio da função, com isso é possível compreender melhor, visualizar e aplicar o conceito de derivação de forma prática.

Exemplo 2: Considere a função $f(x) = x^2 + 1$, sua derivada e $f'(x) = 2x$.

Suponha encontrar a reta tangente no ponto $x = 1$, então a derivada no ponto será o coeficiente angular da reta tangente dada por $m = f'(1) = 2$. Logo a reta tangente no ponto será dada por:

$$y = 2x$$

Usando o Geogebra para visualizar, temos:

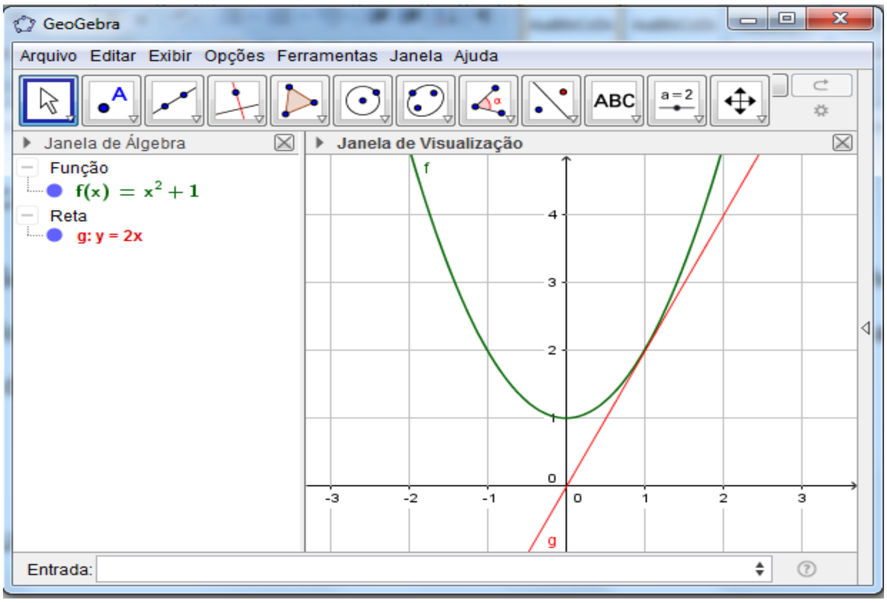

Figura 3

Exemplo 3: Considere a função $f(x) = x^2 + 1$, sua derivada e $f'(x) = 2x$.

Suponha encontrar a reta tangente no ponto $x = 2$, então a derivada no ponto será o coeficiente angular da reta tangente dada por $m = f'(2) = 4$. Logo a reta tangente no ponto será dada por:

$$g(x) = y = 4x - 3$$

a reta normal no ponto será dada por:

$$h(x) = y = (-x + 22)/4$$

Usando o Geogebra para visualizar, temos:

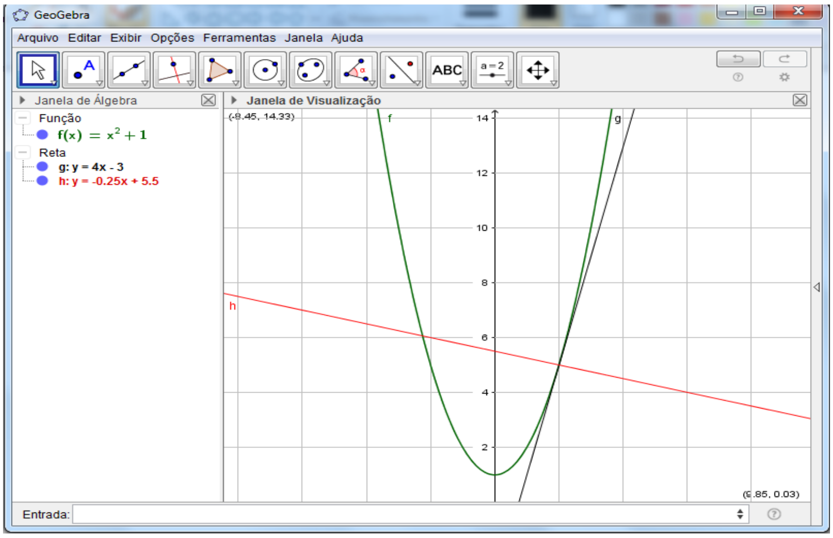

Figura 4

Resultados

Com essa prática pedagógica foi possível melhorar a compreensão do aluno para o conteúdo de derivada, o qual é um de suma importância para a continuidade do discente nas demais disciplinas de um curso de engenharia. O aplicativo possibilitou traçar um paralelo entre a teoria e a prática do principal tema do curso de Cálculo Diferencial e Integral I, pois apenas a teoria da literatura é abstrata e requer um empenho maior para o entendimento de forma esclarecedora do conteúdo por parte do discente.

Realizando esse experimento, foi possível observar que a maior parte da turma conseguiu compreender o conteúdo de derivação. Tendo em vista que não é um tema trivial a prática pedagógica teve um bom aproveitamento, os alunos participaram, ficaram interessados, logo conseguiram entender a matéria.

De acordo com a prática pedagógica aplicada, foi possível perceber que uma aplicação prática do conteúdo associado ao comprometimento do aluno geralmente proporciona bons resultados, no entanto quando estamos falando de matemática nem sempre é fácil conseguir uma aplicação do conteúdo lecionado. Com isso venho compartilhar essa experiência pedagógica com o corpo docente do UGB, e deixo o desafio de, se possível, aplicar o conteúdo lecionado proporcionando ao aluno traçar o paralelo entre a teoria e a prática.